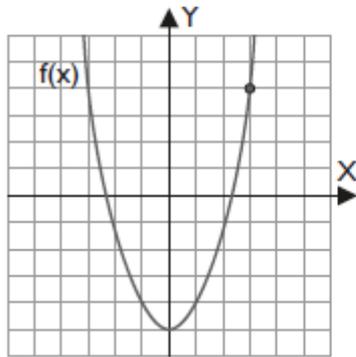
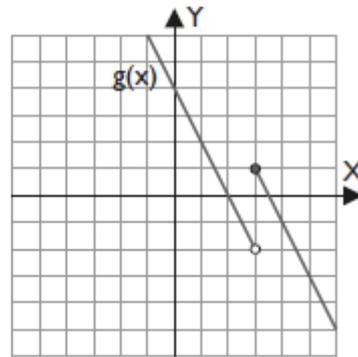


I. Observando la gráfica, halla el límite en cada caso; si no existe, justifícalo:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$



b) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$



2.

. Completa las tablas para estimar el límite en cada caso:

x	0,9	0,99	0,999	→	1
$f(x) = x^2 - 1$				→	

x	1,1	1,01	1,001	→	1
$f(x) = x^2 - 1$				→	

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1)$

Calcula mentalmente los siguientes límites:

3.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x + 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 + 4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} 5^{x-2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} L(4x + 2)$

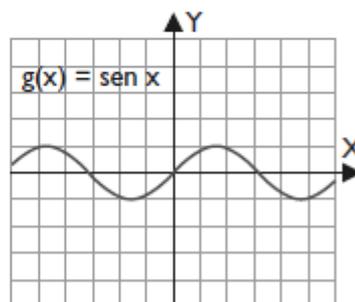
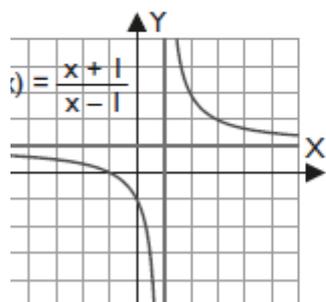
f) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \text{sen}(2x + \pi)$

Límite de una función en el infinito

4. Usa la gráfica para estimar el límite en cada caso; y si no existe, justifícalo:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ siendo $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ siendo $g(x) = \sin x$



5. Indica si los siguientes límites son infinitos, un número o una indeterminación:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3x)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 3x)$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-5}$

3. Límites de funciones polinómicas y racionales

6. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^5 + x^2 + 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 5x - 4)$

7. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - x^2 + x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6}$

8. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+5}{x+2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x^2-1}$

9. Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3}{x^3+2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2}{x^2+1}$

10.

Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 2} - x \right)$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x^4 - x}{x^2 + 3} - 2x \right)$

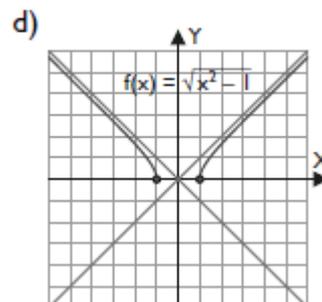
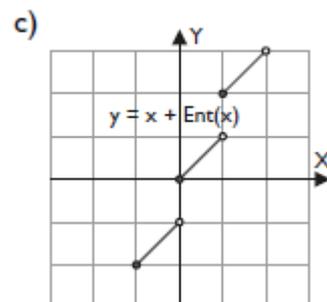
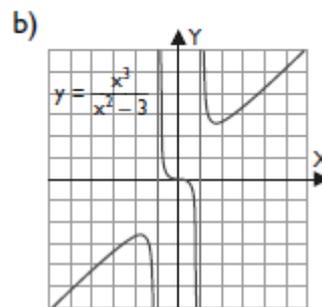
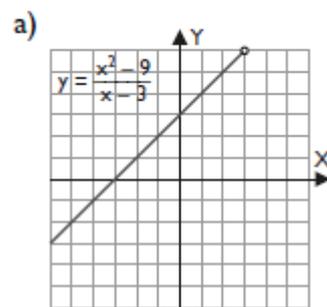
c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{2} - \frac{x^2 + 3}{x} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 - 4x^2}{2x^2 - 1} - \frac{x}{2} \right)$

Continuidad

11.

A la vista de la gráfica, clasifica las discontinuidades de las siguientes funciones:



12.

Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

c) $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$

13.

Halla el valor del parámetro k para que la siguiente función sea continua en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2 - x} & \text{si } x \leq 2 \\ kx - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

14.

Halla los intervalos en los que las siguientes funciones son continuas:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Asíntotas

15.

Calcula las asíntotas y la posición de la gráfica respecto de las asíntotas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x + 2}$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

DE TODO UN POCO

16.

Completa la tabla en cada caso:

x	-10	-100	-1 000	→	$-\infty$
$f(x) = \frac{x}{x+1}$				→	

x	10	100	1 000	→	$+\infty$
$f(x) = \frac{x}{x+1}$				→	

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x+1}$

17.

Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + 5x^2 - x + 2)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 5x^2 - 4x + 1)$

18.

Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 3x^2 + 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 + x - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 + 10x^2 + 25x}$

19. Calcula los límites siguientes:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 2x} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x^2 - 1}$$

20. Calcula los límites siguientes:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x}{x^3 + 2} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 - x + 1}{2x^2 + 3} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 5}{x^2 + 2x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x - 1}{4x^3 + 3} \end{array}$$

21. Calcula los límites siguientes:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x+2} - x \right) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3 - 4}{x^2 + 1} - 2x \right) \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2x} - \frac{3}{x} \right) & \end{array}$$

22. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determina el valor de k para que la función sea continua.

23. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones y estudia la posición de la curva respecto de ellas:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \frac{2x^2}{x-1} & \text{b) } f(x) = \frac{x+1}{x^2+8} \\ \text{c) } f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-4} & \text{d) } f(x) = \frac{x^2}{x^2+x-2} \end{array}$$

24. Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ -x^2 + 8x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

25. Estudia la continuidad de $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{3x^2 - 2x}{x+2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

26.

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & \text{si } x \neq 5 \\ 0 & \text{si } x = 5 \end{cases}$$

- Demuestra que $f(x)$ no es continua en $x = 5$
- ¿Existe una función continua que coincida con $f(x)$ para todos los valores $x \neq 5$? En caso afirmativo, da su expresión.

27.

Determina el valor de a y b para que la función $f(x)$ sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} -2x - a & \text{si } x \leq 0 \\ x - 1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ bx - 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

28.

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 5a & \text{si } x < 0 \\ bx^2 + 3 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

Estudia la continuidad de $f(x)$ según los valores de las constantes a y b

29.

Un comerciante vende un determinado producto. Por cada unidad de producto cobra la cantidad de 5 €. No obstante, si se le encargan más de 10 unidades, decide disminuir el precio por unidad, y por cada x unidades cobra la siguiente cantidad:

$$c(x) = \begin{cases} 5x & \text{si } 0 < x \leq 10 \\ \sqrt{ax^2 + 500} & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

- Halla a para que el precio varíe de forma continua al variar el número de unidades que se compran.
- ¿A cuánto tiende el precio de una unidad cuando se compran «muchísimas» unidades?