PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD L.O.E.

CURSO 2012 - 2013 CONVOCATORIA:

MATERIA: MATEMATICAS APLICADAS A LAS CC. SS.

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.

PRUEBA A

1. El año pasado, el precio medio del metro cuadrado de vivienda nueva, en una zona de una determinada ciudad, era de 1800 euros con una desviación típica de 200 euros. La semana actual, para una muestra de 36 viviendas de 90 metros cuadrados, de la zona y ciudad antes citadas, el precio medio por vivienda, es de 155250 euros.

a) Con una significación del 5%, ¿se puede aceptar la hipótesis de que el precio medio del metro cuadrado de vivienda nueva, en la zona y ciudad citadas, sigue siendo de 1800 euros y que, por tanto, no hay evidencias de que haya disminuido?

b) ¿Se obtiene la misma conclusión con una significación del 0,5%?

Solución

a) Contraste:

$$H_0: \mu = 1800 = \mu_0$$
$$H_1: \mu < 1800$$

Región crítica: $z_\alpha = 1{,}645$

$$\bar{x} < \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1800 - 1{,}645 \frac{200}{6} = 1800 - 54{,}833 = 1745{,}16$$

Como el precio medio por metro cuadrado es $\bar{x} = \frac{155250}{90} = 1725 < 1745{,}16$, se rechaza H_0.

b) Región crítica: $z_\alpha = 2{,}575$

$$\bar{x} < \mu_0 - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1800 - 2{,}575 \frac{200}{6} = 1800 - 85{,}833 = 1714{,}166$$

Como $\bar{x} = \frac{155250}{90} = 1725 \geq 1714{,}166$, no se rechaza H_0.

2. Para una muestra de 49 técnicos especialistas contratados en un país de la Unión Europea, el sueldo medio es de 2075 euros con una desviación típica de 250 euros.

a) Construir un intervalo de confianza, de nivel igual a 0.99, para la media del sueldo de dichos técnicos especialistas.

b) Si $\alpha = 0{,}1$ ¿cuál es el tamaño muestral necesario para cometer un error menor que 10 euros para estimar el sueldo medio de los mencionados especialistas?

Solución

a) Intervalo de confianza: $\alpha = 0{,}01, z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.005} = 2{,}575,\ \bar{x} = 2075,\ n = 49$

$$\left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [\,2075 - 91{,}96,\quad 2075 + 91{,}96\,] = [1983{,}03,\quad 2166{,}96]$$

b) Si $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}645 \frac{250}{\sqrt{n}} < 10$, entonces $n > \left(1{,}645 \frac{250}{10}\right)^2 = 1691{,}26 \rightarrow n \geq 1692$

3. En un periodo de ocho años, el nivel de los depósitos de una entidad financiera, en miles de millones de euros, sigue la función:

$$n(t) = \begin{cases} \dfrac{(t-2)^2}{4} + 2, si\ 0 \le t \le 2 \\ \sqrt{\dfrac{t}{2}} + 1, si\ 2 < t \le 8 \end{cases} \qquad (t \text{ mide el tiempo en años})$$

a) ¿Cuándo es creciente y cuándo es decreciente $n(t)$?

b) ¿Cuáles son los máximos y mínimos relativos? ¿Cuál es el nivel mínimo de los depósitos y cuándo se alcanza? ¿En qué momento, después del tercer año, el nivel de depósitos es igual a 2500 millones?

c) ¿Es $n(t)$ continua? ¿Es $n(t)$ derivable? Justificar las respuestas.

Solución

a) $n'(t) = \frac{t-2}{2} < 0$, si $0 < t < 2$. Por ello, $n(t)$ es decreciente en $(0,2)$

$n'(t) = \frac{1}{4\sqrt{\frac{t}{2}}} > 0$, si $2 < t < 8$; es decir, $n(t)$ es creciente en $(2,8)$

b) Máximos relativos: $t = 0\ años, t = 8\ años,\ Valor\ máximo = 3000.000.000€$

Mínimo relativo (y además absoluto): $t = 2,\ Valor\ mínimo = 2000.000.000€$

Si $\sqrt{\frac{t}{2}} + 1 = 2{,}5$, entonces $t = 4{,}5$ años.

c) $n(t)$ es continua en el intervalo abierto (0,2) por tratarse de un polinomio.

$n(t)$ es continua en el intervalo abierto (2,8) por tratarse de una función racional en la que no se anula el denominador en dicho intervalo.

$n(t)$ es continua en *t*=2, ya que la imagen de *t* =2, el limite por la derecha y el limite por la izquierda al acercarnos a *t* =2, todos coinciden.

Por otro lado, $n(t)$ es derivable en el intervalo abierto $(0,8)$ salvo en $t = 2$ ya que, para este valor, la derivada por la izquierda es igual a cero y por la derecha es igual a $\frac{1}{4}$.

4. Entre los tres trabajadores activos de una familia, madre, padre y hermano mayor, han ganado un total de 66000 euros. Si la madre gana el 125% de lo que gana el padre y las ganancias conjuntas de padre y hermano mayor igualan la suma de lo que gana la madre más la mitad de lo que gana el padre,

a) Plantear el sistema correspondiente.

b) ¿Cuánto gana cada uno?

Solución

$$\begin{aligned} p + m + h &= 66000 \\ m &= 1{,}25p \\ p + h &= m + \frac{p}{2} \end{aligned}$$

Solución

$$p = 22000, m = 27500, h = 16500$$

PRUEBA B

1. Para una muestra de 450 jóvenes, 110 dicen que sus lecturas favoritas son comics.

a) Para un nivel del 90%, obtener un intervalo de confianza para la proporción de jóvenes que tienen los comics como sus lecturas favoritas.

b) Para un nivel de significación del 1,5%, ¿se puede aceptar la hipótesis de que es, al menos, igual a 0,25 la proporción de jóvenes para los que sus lecturas favoritas son comics?

Solución

a) Intervalo de confianza: $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645$, $\hat{p} = 0{,}2444$

$$\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] = [0{,}2110, \;\; 0{,}2777]$$

b) Contraste:

$$H_0: p \geq 0{,}25 = p_0$$
$$H_1: p < 0{,}25$$

Región crítica:

$$z_\alpha = z_{0.015} = 2{,}17$$
$$\hat{p} < p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

Como $\hat{p} = 0{,}2444 \geq p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0{,}2057$, no se rechaza H_0.

2. En un aeropuerto, el tiempo de espera tiene una media de 23 minutos con una desviación típica de 7 minutos. Si un viajero parte de dicho aeropuerto:

a) Calcular la probabilidad de que el tiempo de espera esté entre 15 y 30 minutos.

b) Calcular la probabilidad de que el tiempo de espera sea inferior a 26 minutos.

c) Un pasajero viaja de lunes a viernes, calcular la probabilidad de que el tiempo medio de las 5 esperas sea superior a 25 minutos.

Solución

$X \sim N(23, 7)$

a)

$P(15 \leq X \leq 30) = P(-8/7 \leq Z < 1) = 0{,}7142$

b) $P(X < 26) = P(Z < 3/7) = 0{,}6664$

c) $P\left(\overline{X}_5 > 25\right) = P\left(\frac{\overline{X}_5 - 23}{7/\sqrt{5}} > \frac{25-23}{7/\sqrt{5}}\right) = P\left(Z > 0.64\right) = 0.2611$

3. Se quiere abrir un tragaluz de forma rectangular en el techo de un recinto cuya superficie sea de 162 metros cuadrados y rematar la obra con un marco, de perfil de aluminio, de sólo tres lados ya que uno de los lados del tragaluz da hacia el exterior y no necesita marco.

a) ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo para emplear el mínimo de metros posible de perfil de aluminio?

b) ¿Cuántos metros de perfil de aluminio son necesarios?

Solución

a)

$$S = xy = 162,\; y = \frac{162}{x}$$
$$P = 2x + y$$

$P = 2x + \frac{162}{x} = \frac{2x^2+162}{x}$, $P' = \frac{2x^2-162}{x^2} = 0$, $x = 9$, $P'' = \frac{324}{x^3}$, $P''(9) = \frac{324}{729} > 0$ (mínimo)

Las dimensiones del rectángulo deben ser 18 metros de largo y 9 de ancho.

b) Los metros de perfil de aluminio necesarios son 9+9+18=36.

4. Un agricultor posee una hectárea de invernaderos para producir pepinos y calabacines. De calabacines debe plantar, como máximo, el cuádruple de pepinos. La superficie dedicada a pepinos no debe exceder los 40 decámetros cuadrados. Si el beneficio por metro cuadrado plantado de pepino y de calabacín es, respectivamente, de 3 y 2,75 euros:

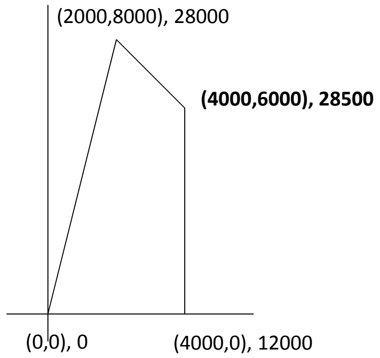
a) Plantear el correspondiente problema de Programación Lineal para, en las condiciones anteriores, maximizar los beneficios globales del agricultor.
b) Representar la región factible y determinar una solución óptima.

Solución

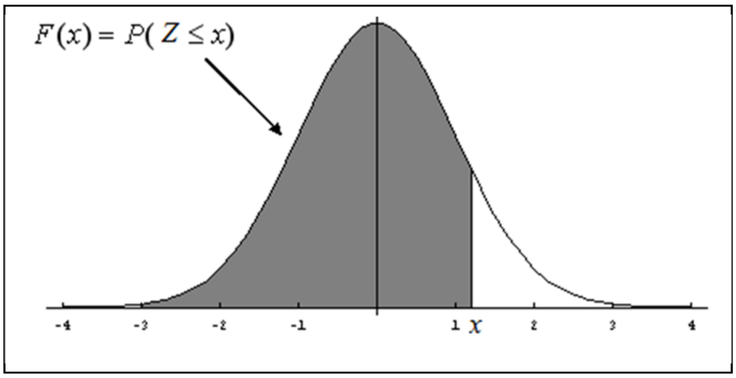
a)

$$\max 3p + 2{,}75c$$
$$s.a{:}\ p + c \leq 10000$$
$$c \leq 4p$$
$$p \leq 4000$$
$$p \geq 0, c \geq 0$$

b)



Debe plantar 4000 metros cuadrados de pepinos y 6000 metros cuadrados de calabacines para obtener un beneficio máximo de 28500 euros.



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000