PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD L.O.E.

CURSO 2011 - 2012 CONVOCATORIA:

MATERIA: MATEMATICAS APLICADAS A LAS CC. SS.

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.

PRUEBA A

1. En un grupo de 650 jóvenes, de entre 18 y 25 años, 400 tienen un contrato de trabajo.

   a) Construir un intervalo de confianza, al 98%, para la proporción de jóvenes, de entre 18 y 25 años, que no tienen contrato de trabajo.

   b) ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, que al menos el 64% de jóvenes, de entre 18 y 25 años, tiene contrato de trabajo?

Solución

a) Intervalo de confianza: $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}33$

$$\hat{p} = \frac{250}{650} = 0{,}3846$$

$$\left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right] = [\ 0{,}340153;\ \ 0{,}429077\ ]$$

b) Contraste:

$H_0: p \geq 0{,}64 = p_0$

$H_1: p < 0{,}64$

$$\hat{p} = \frac{250}{650} = 0{,}3846$$

Región crítica: $z_\alpha = 2{,}33$. $\hat{p} < p_0 - z_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0{,}5943$

Como $\hat{p} = 0{,}6154 \geq 0{,}5943$, no se rechaza H_0.

2. En una agencia de viajes los clientes viajan a España y Portugal (48%), a otros países europeos (35%) y al resto del mundo (17%). De ellos, respectivamente, el 20%, el 45% y el 60% contratan algún seguro de viaje.

   a) ¿Cuál es el porcentaje de clientes de la agencia que no contratan seguro de viaje?

   b) Si se elige un cliente que ha contratado un seguro de viaje, ¿Cuál es la probabilidad de que viaje a España y Portugal?

Solución

Según los destinos, $p(A) = 0{,}48$, $p(B) = 0{,}35$, $p(C) = 0{,}17$,

$$p(S/A) = 0{,}2, p(S/B) = 0{,}45, p(S/C) = 0{,}6.$$

a)

$$p(S\ ) = p(S/A)p(A) + p(S/B)p(B) + p(S/C)p(C) = 0{,}3555$$

$$p(S^c\ ) = 0{,}6445$$

El porcentaje de clientes que no contratan seguro de viaje es el 64,45%

b)

$$p(A/S) = \frac{p(S/A)p(A)}{p(S\ )} = 0{,}27004219$$

3. El valor de un producto electrónico, en función del número de meses que lleva vendiéndose, x, viene dado por:

$$E(x) = -(x+25)(x-75)$$

a) ¿Cuándo crece y cuándo decrece la función?
b) ¿En qué momento alcanza el producto su valor máximo y cuál es éste?
c) Si se deja de comercializar cuando vale 475 euros, ¿en qué momento sucede esto?

Solución

a)

$$E(x) = -x^2 + 50x + 1875$$
$$E'(x) = -2x + 50 = 0,\ x = 25$$
$$E''(25) = \ -2 < 0$$

Crece en [0,25[y decrece en]25,75]

b) El máximo se alcanza en $x = 25$. El valor es 2500.

c) Si $-x^2 + 50x + 1875 = 475, x_1 = -20, x_2 = 70.$
Por tanto, se dejará de comercializar cuando hayan transcurrido 70 meses.

4. En un grupo de 225 personas, el número de personas sin estudios es igual a la quinta parte de los que tienen estudios primarios. Si por cada 5 personas con estudios primarios hay 3 con estudios secundarios:

a) ¿Cuál es el sistema de ecuaciones que permite calcular el número de personas del grupo por nivel de estudios?
b) ¿Cuántas personas hay de cada nivel?

Solución

a) Sistema:

$$x + y + z = 225$$
$$x = \frac{y}{5}$$
$$\frac{y}{z} = \frac{5}{3}$$

b) Sustituyendo convenientemente en la primera ecuación:

$\frac{y}{5} + y + \frac{3y}{5} = 225, \frac{9y}{5} = 225,\ y = 125.$ Por tanto, $x = \frac{125}{5} = 25,\ z = 75$

PRUEBA B

1. Para una muestra de 49 pisos de dos habitaciones de una gran ciudad, el alquiler medio resultó igual a 425 euros. Tomando una desviación típica igual a 50 euros,

a) Construir un intervalo de confianza, del 97%, para la media del alquiler de los pisos de dos habitaciones de esa gran ciudad.

b) ¿Se puede aceptar, con una significación del 2,5%, que la media del alquiler de los pisos de dos habitaciones de esa gran ciudad es, como máximo, igual a 415 euros?

Solución

a) Intervalo de confianza: $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}17,\ \bar{x} = 425, n = 49$

$$\left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [409.5\ , 440.5\ ]$$

b) Contraste:

$$H_0: \mu \leq 415 = \mu_0$$
$$H_1: \mu > 415$$

Región crítica:

$$z_\alpha = z_{0.025} = 1{,}96; \quad \bar{x} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 429$$

Como $\bar{x} = 425 \leq 429$, no se rechaza H_0.

2. El 65% de los jóvenes tiene una cuenta en alguna red social de internet. Se eligen al azar 80 jóvenes.

a) ¿Cuál es el número medio esperado de jóvenes con una cuenta en alguna red social de internet?

W = nº de jóvenes con alguna cuenta, en 80 jóvenes

$W \sim B(80, 0.65)$

$\mu = E[W] = n\cdot p = 80\cdot 0.65 = 52$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 60 jóvenes tengan una cuenta en alguna red social de internet?

W = nº de jóvenes con alguna cuenta, en 80 jóvenes

$W \sim B(80, 0.65)$

Como $\left.\begin{array}{l} n\cdot p = 80\cdot 0.65 = 52 > 5 \\ n(1-p) = 80\cdot 0.35 = 28 > 5 \end{array}\right\}$ Una probabilidad sobre W se puede aproximar por una probabilidad sobre $W' \sim N(52, 4.266)$

$$P(W > 60) \cong P(W' > 60) = P\left(\frac{W'-52}{4.266} > \frac{60-52}{4.266}\right) = P(Z > 1.86) = 0.0314$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de jóvenes que tienen una cuenta en alguna red social de internet esté entre 45 y 55?

$$P(45 < W < 55) \cong P(45 < W' < 55) = P\left(\frac{45-52}{4.266} < \frac{W'-52}{4.266} < \frac{55-52}{4.266}\right) = P(-1.64 < Z < 0.70) =$$

$$= 1 - 0.0505 - 0.2420 = 0.7075$$

3. El rendimiento de un plan de pensiones, en función del tiempo en años, viene dado en % por la función:

$$r(t) = \begin{cases} \dfrac{t^2}{5}, 0 \leq t \leq 5 \\ \dfrac{10t}{t+5}, t > 5 \end{cases}$$

a) ¿Es continua esta función? ¿Es siempre creciente? Justificar la respuesta.
b) ¿Cuándo el rendimiento es del 8%? Justificar la respuesta.
c) ¿Qué pasa cuando el tiempo crece indefinidamente? Justificar la respuesta.

Solución

a) Si es continua ya que $r(5) = r(5^-) = r(5^+) = 5$

$$r'(t) = \begin{cases} \dfrac{2t}{5}, 0 < t < 5 \\ \dfrac{5}{(t+5)^2}, t > 5 \end{cases}$$

Es siempre positiva. Por tanto, la función siempre es creciente.

b) $r(t) = 8$ cuando $t = 20$

c) $\lim_{t\to\infty} f(t) = 10$

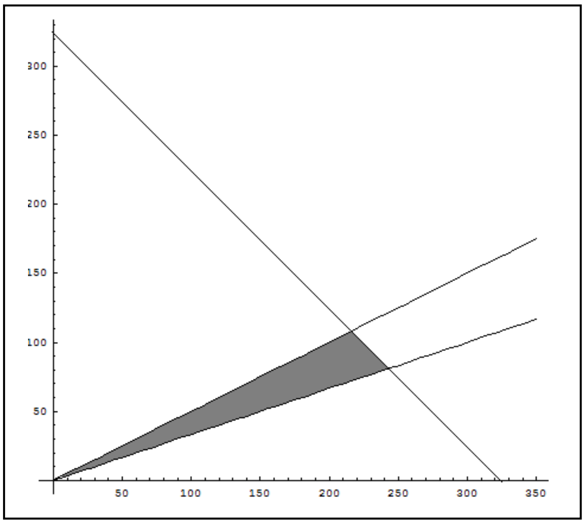
4. Una empresa de electrónica, de monitores de 20 y 24 pulgadas, puede fabricar semanalmente un total de 324 monitores. El número de monitores de 20 pulgadas debe ser, al menos, el doble de los de 24 pulgadas y, como máximo, el triple de los de 24 pulgadas. Si cada monitor de 20 pulgadas da un beneficio de 95 euros y cada monitor de 24 pulgadas da un beneficio de 125 euros,

a) Plantear un problema y representar la región factible, para determinar el número de monitores de ambos tipos que hay que fabricar semanalmente para maximizar los beneficios globales de la empresa.
b) ¿Qué producción semanal hace máximos los beneficios?¿Cuál es el beneficio semanal máximo?

Solución

a) El problema a plantear es:

$$\begin{aligned} &\max\ \ 95x_1 + 125x_2 \\ &s.a{:}\ x_1 + x_2 \leq 324 \\ &\quad -x_1 + 2x_2 \leq 0 \\ &\quad x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ &\quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



b) Solución óptima: $x_1 = 216, x_2 = 108$; $\bar{z} = 34020$ €