



# PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD L.O.E.

CURSO 2011 - 2012 CONVOCATORIA:

MATERIA: MATEMATICAS APLICADAS A LAS CC. SS.

- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).
- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.

## PRUEBA A

1. Hace unos años se hizo un estudio en el que se concluyó que los niños de primaria veían una media de 17 horas semanales de televisión. Este año se ha hecho un seguimiento a una muestra de 30 niños de primaria y se observó que, por término medio, ven 17.8 horas de televisión a la semana, con una desviación típica de 2.8 horas.

- a) Con una significación del 10% ¿Se acepta que la media de horas semanales que ven la televisión los niños de primaria sigue siendo 17 horas o, por el contrario, hay evidencias de que ha aumentado?

$$\text{Contraste: } \left. \begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 = 17 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array} \right\} \alpha = 0.1 \Rightarrow z_\alpha = z_{0.1} = 1.28$$

$$\text{Región crítica: } \left\{ \bar{X} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} = \left\{ \bar{X} > 17 + 1.28 \frac{2.8}{\sqrt{30}} \right\} = \left\{ \bar{X} > 17.6543459 \right\}$$

Como  $\bar{X} = 17.8 > 17.6543459$ , se rechaza  $H_0 : \mu = 17$ , con una significación del 10%.

- b) Si la misma información se hubiese obtenido de una muestra de 15 niños, con una significación del 10% ¿Se acepta que la media de horas semanales que ven la televisión los niños de primaria es 17 horas o por el contrario hay evidencias de que ha aumentado?

$$\text{Contraste: } \left. \begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 = 17 \\ H_1 : \mu \geq \mu_0 \end{array} \right\} \alpha = 0.1 \Rightarrow z_\alpha = z_{0.1} = 1.28$$

$$\text{Región crítica: } \left\{ \bar{X} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} = \left\{ \bar{X} > 17 + 1.28 \frac{2.8}{\sqrt{15}} \right\} = \left\{ \bar{X} > 17.9253848 \right\}$$

Como  $\bar{X} = 17.8 \leq 17.9253848$ , se acepta  $H_0 : \mu = 17$ , con una significación del 10%.

2. El tiempo de atención a un paciente, en una consulta médica, sigue una normal de media 10 minutos y desviación típica igual a 3 minutos.

- a) Si hay citados 5 pacientes ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio sea más de 8 minutos?

$X$  = "Tiempo de consulta de un paciente";  $X \approx N(10, 3)$

$\bar{X}_5$  = "Tiempo medio de consulta de 5 pacientes";  $\bar{X}_5 \approx N\left(10, \frac{3}{\sqrt{5}}\right) = N(10, 1.341)$

$$P(\bar{X}_5 > 8) = P\left(\frac{\bar{X}_5 - 10}{1.341} > \frac{8 - 10}{1.341}\right) = P(Z > -1.49) = 0.9319$$

b) Si hay citados 8 pacientes ¿Cuál es la probabilidad de sean atendidos en menos de 72 minutos?

Que 8 pacientes sean atendidos en menos de 72 minutos es lo mismo que el tiempo medio de esos 8 pacientes sea menos de  $(72/8) = 9$  minutos.

$$\bar{X}_8 = \text{"Tiempo medio de consulta de 8 pacientes"}; \bar{X}_8 \approx N\left(10, \frac{3}{\sqrt{8}}\right) = N(10, 1.06)$$

$$P(\bar{X}_8 < 9) = P\left(\frac{\bar{X}_8 - 10}{1.06} < \frac{9 - 10}{1.06}\right) = P(Z < -0.94) = 0.1736$$

c) Si hay citados 300 pacientes, ¿cuál es la estimación del número de pacientes cuya consulta durará más de 12 minutos?

$$X = \text{"Tiempo de consulta de un paciente"}; X \approx N(10, 3)$$

La proporción de pacientes que tardan más de 12 minutos es

$$P(X > 12) = P\left(\frac{X - 10}{3} > \frac{12 - 10}{3}\right) = P(Z > 0.66) = 0.2546$$

En 300 pacientes se espera que tarden mas de 12 minutos,  $n \cdot p = 300 \cdot 0.2546 = 76.38$ , es decir, unos 76 pacientes.

3. Dos aerogeneradores, de distinta marca, han tenido, en las últimas 15 horas, las siguientes funciones de producción de energía.

$$f(x) = -x^2 + 20x + 80, \quad 0 \leq x \leq 15 \quad \text{y} \quad g(x) = -x^2 + 30x + 50, \quad 0 \leq x \leq 15$$

a) ¿En qué momento ha sido máxima la producción total?

$$S(x) = f(x) + g(x) = -2x^2 + 50x + 130, \quad 0 \leq x \leq 15$$

$$S'(x) = -4x + 50; \quad 0 \leq x \leq 15$$

$$S'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 50 = 0 \Rightarrow x = 12.5 \text{ horas}$$

$$S''(12.5) = -4. \text{ Por tanto, hay un máximo.}$$

b) ¿En qué momento han producido la misma cantidad de energía los dos aerogeneradores?

$$f(x) = g(x) \Rightarrow -x^2 + 20x + 80 = -x^2 + 30x + 50 \Rightarrow 30 = 10x \Rightarrow x = 3 \text{ horas}$$

c) Un tercer generador, de otra marca, ha tenido, en las últimas 15 horas, la siguiente función de producción de energía  $h(x) = x^3 - 21x^2 + 72x + 60$ ,  $0 \leq x \leq 15$

¿En qué momento ha sido mínima la producción de este tercer aerogenerador?

$$h'(x) = 3x^2 - 42x + 72$$

$$h'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 42x + 72 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 12 \end{cases}$$

$$h''(x) = 6x - 42$$

$$h''(2) = -30 < 0 \Rightarrow h(x) \text{ tiene un máximo en } x = 2$$

$$h''(12) = 30 > 0 \Rightarrow h(x) \text{ tiene un mínimo en } x = 12$$

4. Un camión trae, en su carga, cajas de tres productos A, B y C. Se ha perdido la hoja de carga, pero uno de los operarios recuerda que en total hay 120 cajas, que las del tipo A eran tantas como del tipo B y C juntas y que las del tipo C eran la cuarta parte de las del tipo B.

- a) ¿Cuántas cajas de cada tipo trae el camión?
- b) Otro operario dice que del tipo A eran 12 más que del tipo B. Comprobar si esta información se contradice con la del primer operario.

a)

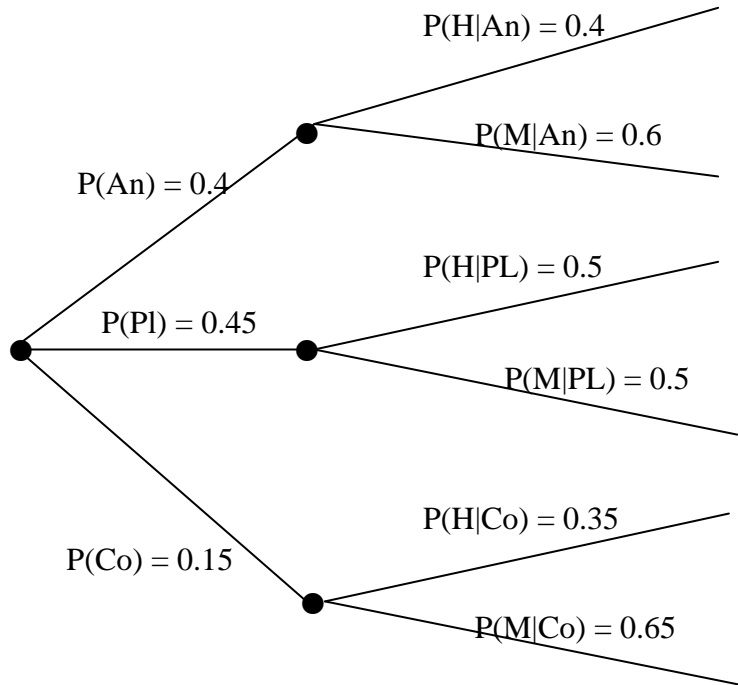
$$\left. \begin{array}{l} A + B + C = 120 \\ A = B + C \\ C = \frac{B}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A + B + C = 120 \\ A - B - C = 0 \\ B - 4C = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} A = 60 \\ B = 48 \\ C = 12 \end{array} \right\}$$

b) No la contradice ya que, efectivamente, del tipo A hay 60 que son 12 más que del tipo B que hay 48.

## PRUEBA B

1.- Entre los alérgicos, un 40% tiene alergia a los animales, un 45% tiene alergia a las plantas y un 15% tiene alergia a algunas comidas. Son hombres el 40% de los alérgicos a los animales, el 50% de los alérgicos a las plantas y el 35% de los alérgicos a algunas comidas.

a) Hacer el árbol de probabilidades.



b) Calcular la proporción de hombres en los alérgicos.

$$P(H) = P(H | An)P(An) + P(H | Pl)P(Pl) + P(H | Co)P(Co) = 0.40 \times 0.40 + 0.50 \times 0.45 + 0.35 \times 0.15 = 0.4375$$

c) Se elige una mujer alérgica. ¿Cuál es la probabilidad de que lo sea a las plantas?

$$P(Pl | M) = \frac{P(Pl | M)}{P(M)} = \frac{P(Pl \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M | Pl) \cdot P(Pl)}{P(M)} = \frac{0.5 \cdot 0.45}{1 - 0.4375} = 0.4$$

2.- Se realiza una encuesta a 100 trabajadores, de un determinado sector, sobre los ingresos mensuales que se obtienen después de los recortes y la subida de impuestos, obteniéndose una media de 920€ con una desviación típica de 140€

a) Con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el intervalo de confianza para la media de ingresos de los trabajadores de ese sector?

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

$$\left[ \bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 920 - 1.96 \frac{140}{\sqrt{100}}, 920 + 1.96 \frac{140}{\sqrt{100}} \right] = [920 \pm 27.44] = [892.56, 947.44]$$

b) ¿Cuál es el tamaño de la muestra necesario para estimar la media de ingresos mensuales con un error menor de 20€ con una confianza del 97%?

$$\alpha = 0.03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0.015} = 2.17$$

$$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq E \Rightarrow n \geq \left( \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 \Rightarrow n \geq \left( \frac{2.17 \cdot 140}{20} \right)^2 \Rightarrow n \geq 230.7 \Rightarrow n \geq 231$$

3.- La picadura de un insecto produce una hinchazón en la piel, cuya altura en milímetros viene dada por la función  $h(t) = \frac{t}{10}(20 - 2t)$  siendo  $t$  los días que se tiene la piel hinchada.

a) ¿Qué altura tiene la hinchazón a los 2 días?

$$h(2) = \frac{2}{10}(20 - 2 \cdot 2) = 3.2 \text{ milímetros}$$

b) ¿Cuánto dura el periodo de hinchazón, desde que pica el insecto hasta que desaparece la hinchazón?

$$h(t) = 0 \Rightarrow \frac{t}{10}(20 - 2t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

c) ¿Cuál es la altura máxima de la hinchazón?

$$h(t) = \frac{t}{10}(20 - 2t) \Rightarrow h'(t) = \frac{20 - 4t}{10}; h'(t) = 0 \Rightarrow \frac{20 - 4t}{10} = 0 \Rightarrow t = 5$$

$$h''(t) = -\frac{2}{5}. \text{ En } t = 5 \text{ hay un máximo, la altura máxima es } h(5) = 5 \text{ mm}$$

4.- Se desea obtener dos elementos químicos a partir de las sustancias A y B. Un kilo de A contiene 8 gramos del primer elemento y 1 gramo del segundo; un kilo de B tiene 4 gramos del primer elemento y 1 gramo del segundo. Se desea obtener, como mínimo, 24 gramos del primer elemento, la cantidad del segundo ha de ser como mucho 10 gramos y la cantidad de B utilizada debe ser, como mucho, el cuádruple que la de A.

Si un kilo de A vale 10 euros y uno de B vale 4 euros:

- Plantear un problema para determinar las cantidades de A y B que se deben comprar para minimizar los costos globales.
- Dibujar la región factible y encontrar una solución óptima para el problema anterior.

$$\begin{aligned} \text{Min } & 10x + 4y \\ \text{s.a : } & 8x + 4y \geq 24 \\ & x + y \leq 10 \\ & y \leq 4x \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$

$x$	$y$	$f(x,y)$
3	0	30
10	0	100
<b>1</b>	<b>4</b>	<b>26</b>
2	8	52

