# PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
# L.O.E.

**CURSO 2010 - 2011 CONVOCATORIA:**

**MATERIA: MATEMATICAS APLICADAS A LAS CC. SS.**

**- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).**

**- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.**

## PRUEBA A

**1.** La pensión de los jubilados de una región es una normal de media 750 euros y una desviación típica de 100 euros.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un jubilado de esa región tenga una pensión de, al menos, 850 euros?
b) Para una muestra de 200 jubilados de esa región, ¿cuál es la estimación del número que tienen una pensión entre 600 y 800 euros?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la pensión media de una muestra de 100 jubilados sea menor o igual que 730 euros?

**Solución**

$X \approx N(750,100)$

a) $P(X \geq 850) = P(\frac{X-750}{100} \geq \frac{850-750}{100}) = P(Z \geq 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$

b) $P(600 \leq X \leq 800) = P(-1.5 \leq Z \leq 0.5) = 1 - 0.0668 - 0.3085 = 0.6247$

Número esperado = $0.6247 \times 200 = 124.94 \cong 125$

c) $\overline{X} \approx N\left(750, \frac{100}{\sqrt{100}}\right) = N(750,10)$

$P(\overline{X} \leq 730) = P(Z \leq 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$

**2.** Para una muestra de 256 jóvenes sin estudios superiores, menores de 30 años y con trabajo, el salario medio resultó igual a 850 euros. Si la desviación típica es igual a 150 euros,

a) Determinar un intervalo de confianza del 95% para la media del salario de jóvenes sin estudios superiores, menores de 30 años y con trabajo.
b) Con un nivel de significación del 10%, ¿hay evidencias para rechazar que la media del salario de jóvenes sin estudios superiores, menores de 30 años y con trabajo, es como máximo 830 euros?

**Solución**

a) $\alpha = 0.05 \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow \ z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$

$$\left[\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[850 - 1.96\frac{150}{\sqrt{256}}, 850 + 1.96\frac{150}{\sqrt{256}}\right] = \left[850 \pm 18.375\right] = [831.625, 868.375]$$

b)

Contraste: $\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu \le \mu_0 = 830 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array}\right\} \quad \alpha = 0.1 \Rightarrow z_\alpha = z_{0.1} = 1.28$

Región crítica: $\left\{\bar{X} > \mu_0 + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\} = \left\{\bar{X} > 830 + 1.28\dfrac{150}{\sqrt{256}}\right\} = \left\{\bar{X} > 842\right\}$

Como $\bar{X} = 850 > 842$, se rechaza $H_0 : \mu \le 830$, ya que hay evidencias de que la media del salario de jóvenes sin estudios superiores, menores de 30 años y con trabajo, es mayor que 830 euros

**3.** La ganancia, en miles de euros, que, para una empresa, produce un determinado puesto de trabajo, viene dada por la función:

$$y = g(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{5}x + 3 & si \ 0 \le x < 10 \\ \dfrac{5x+27}{x+1} & si \ x \ge 10 \end{cases}$$

Donde *x* es el tiempo transcurrido, en años, desde la creación de dicho puesto.

a) ¿Es continua la función al llegar el décimo año? ¿Cuál es la ganancia en este año?
b) ¿Qué sucede con las ganancias a medida que transcurre el tiempo?
c) ¿Dónde es creciente y donde es decreciente la función?

**Solución:**

a) $\lim\limits_{x \to 10^-} g(x) = \lim\limits_{x \to 10^-} \dfrac{2}{5}x + 3 = 7$ ; $\lim\limits_{x \to 10^+} g(x) = \lim\limits_{x \to 10^-} \dfrac{5x+27}{x+1} = 7$ .

La ganancia es de 7000 euros. La función es continua.

b) $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x+27}{x+1} = 5$. Tienden las ganancias a 5000 euros.

c) $g'(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{5} & si \ 0 < x < 10 \\ \dfrac{-22}{(x+1)^2} & si \ x > 10 \end{cases}$

Es creciente cuando $x \in (0,10)$ y decreciente cuando $x \in (10, \infty)$

**4.** La tarifa de un anuncio por palabras depende de la zona (A, B o C) en que se coloque en un determinado periódico. La suma de las tarifas de B y C es el triple que la tarifa de A. Si se ponen diez anuncios en cada tarifa, el precio total es de 840 euros, pero si se ponen diez en la zona A y veinte en la zona B, el precio total es de 600 euros.

a) Plantear el correspondiente sistema.
b) ¿Cuánto vale un anuncio en cada una de las zonas?

**Solución**

a) $$\left.\begin{array}{l} B+C=3A \\ 10A+10B+10C=840 \\ 10A+20B=600 \end{array}\right\}$$

b) $$\left.\begin{array}{l} A=21 \\ B=19.5 \\ C=43.5 \end{array}\right\}$$

## PRUEBA B

**1**.- En el año 2006 se hizo un amplio estudio y se concluyó que, como máximo, el 63% de los adultos tenía teléfono móvil. Para contrastar si esta proporción se mantiene, a principios de 2011 se encuestaron a 160 adultos de los cuales 110 tenían teléfono móvil.

a) Con un nivel de significación del 5% ¿se acepta que la proporción de adultos con teléfono móvil sigue siendo, como máximo, del 63%?

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : p \le 0.63 \\ H_1 : p > 0.63 \end{array}\right\} \quad n = 160;\ \hat{p} = \frac{110}{160} = 0.6875; \quad \alpha = 0.05;\ z_\alpha = z_{0.05} = 1.64$$

Región de rechazo: $\left\{ \hat{p} > p_0 + z_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right\} = \left\{ \hat{p} > 0.63 + 1.64\sqrt{\frac{0.63 \times 0.37}{160}} \right\} = \{\hat{p} > 0.6925\}$

Como $\hat{p} = 0.6875$ no se rechaza $H_0$, con un nivel de significación del 5%.

b) Y si la encuesta hubiese sido sobre 224 personas, de las cuales 154 tenían teléfono móvil, con un nivel de significación del 5%, ¿se tomaría la misma decisión?

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : p \le 0.63 \\ H_1 : p > 0.63 \end{array}\right\} \quad n = 224;\ \hat{p} = \frac{154}{224} = 0.6875; \quad \alpha = 0.05;\ z_\alpha = z_{0.05} = 1.64$$

Región de rechazo: $\left\{ \hat{p} > p_0 + z_\alpha \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right\} = \left\{ \hat{p} > 0.63 + 1.64\sqrt{\frac{0.63 \times 0.37}{224}} \right\} = \{\hat{p} > 0.6829\}$

Como $\hat{p} = 0.6875$ si se rechaza $H_0$, con un nivel de significación del 10%.

**2**.- A 40 camioneros se les preguntó cuánto gasoil gastaban a la semana, obteniéndose un consumo medio de 180 litros con una desviación típica de 35 litros.

a) Determinar un intervalo, al 96% confianza, para el consumo medio semanal de gasoil.

$$\alpha = 0.04 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.02 \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0.02} = 2.05$$

$$\left[ \bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 180 - 2.05\frac{35}{\sqrt{40}}, 180 + 2.05\frac{35}{\sqrt{40}} \right] = [168.655\ ,\ 191.345]$$

b) ¿A cuántos camioneros habría que preguntar para obtener una estimación del consumo medio semanal, con un error menor de 4 litros y con una confianza del 97%?

$$\alpha = 0.03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0.015} = 2.17$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le E \quad \Rightarrow \quad n \ge \left( \frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 \Rightarrow n \ge \left( \frac{2.17 \cdot 35}{4} \right)^2 \Rightarrow n \ge 360.525 \Rightarrow n \ge 361$$

**3**.- Una empresa tiene dos máquinas trabajando. Los rendimientos de las máquinas, en $x$ horas de trabajo, siguen las funciones $f(x) = -x^2 + 8x + 84$, y $g(x) = -x^2 + 16x + 36, \quad 0 \le x \le 10$.

a) A lo largo de las 10 horas de la jornada de trabajo, ¿cuándo es creciente y cuándo es decreciente el rendimiento de la primera máquina?

$$f(x) = -x^2 + 8x + 84 \Rightarrow f'(x) = -2x + 8 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$f'(x) = -2x + 8 \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 4 \Rightarrow f\ \ es\ \ creciente\ \ si\ \ x < 4$$

$$f'(x) = -2x + 8 \Rightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x > 4 \Rightarrow f\ \ es\ \ decreciente\ \ si\ \ x > 4$$

b) ¿En qué momento, de las 10 horas de la jornada de trabajo, rinden por igual las 2 máquinas?

$f(x) = g(x) \Rightarrow -x^2 + 8x + 84 = -x^2 + 16x + 36 \Rightarrow -8x + 48 = 0 \Rightarrow x = 6$

c) ¿En qué momento, de las 10 horas de la jornada de trabajo, el rendimiento conjunto es máximo?

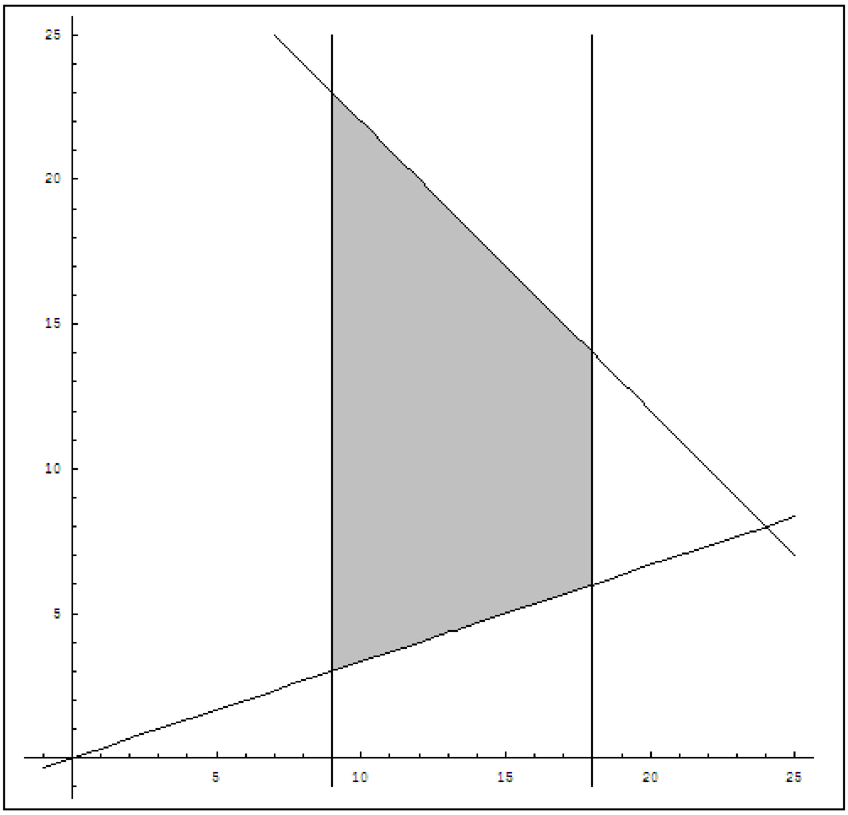
$T(x) = f(x) + g(x) \Rightarrow T(x) = -2x^2 + 24x + 120$

$T'(x) = -4x + 24 \Rightarrow T'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 24 = 0 \Rightarrow x = 6$

**4**.- Antes de salir a pescar, un armador ve que el precio del sargo está a 15 €/kg y que el peto está a 10 €/kg. Las cuotas pesqueras le imponen que sus capturas no pueden sobrepasar las 32 toneladas y que la cantidad de sargo, que no puede superar las 18 toneladas, puede ser, como máximo, el triple de la de peto. Además, debe cumplir con un compromiso con un distribuidor de pescado al que le ha vendido anticipadamente 9 toneladas del sargo que ha de pescar.

a) ¿Qué cantidad de cada especie debe pescar para maximizar sus ingresos?

$$\begin{array}{ll} Max & 15x + 10y \\ s.a: & x + y \leq 32 \\ & x \leq 3y \\ & y \leq 18 \\ & x \geq 9 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{array}$$




Los vértices de la región factible y el valor de la función objetivo, están en el siguiente cuadro:

| | x | y | f(x,y) |
|---|---|---|---|
| **A** | 9 | 3 | 165 |
| **B** | 9 | 23 | 365 |
| **C** | 18 | 6 | 330 |
| **D** | **18** | **14** | **410** |

Así pues, concluimos que la distribución de las capturas para un beneficio máximo se obtiene pescando: 18 toneladas de sargo y 14 toneladas de peto

b) Para maximizar sus ingresos, ¿deberá capturar el máximo permitido?
18+14 = 32 toneladas. Por tanto, si deberá capturar el máximo permitido.