PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
L.O.E

CURSO 2010 - 2011 CONVOCATORIA:

MATERIA: MATEMATICAS APLICADAS A LAS CC. SS.

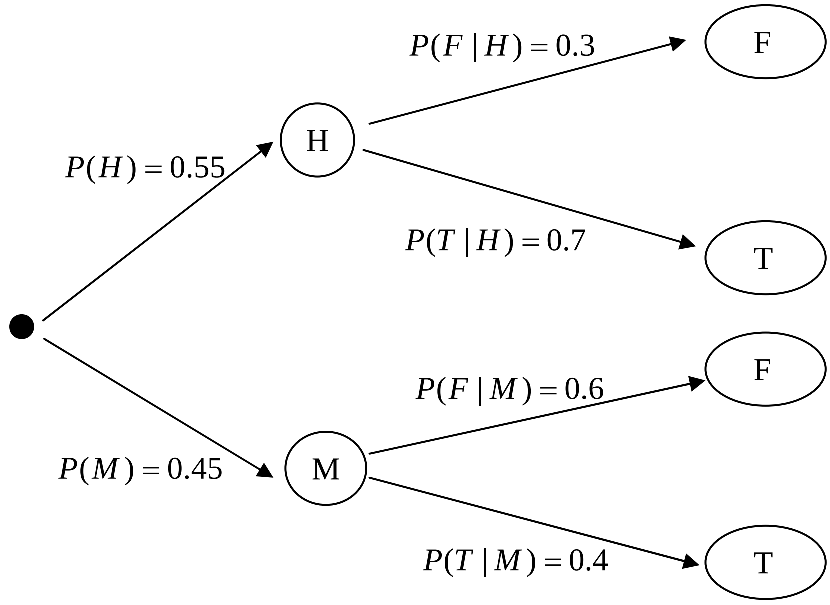
- Cada alumno debe elegir sólo una de las pruebas (A o B).

- Cada una de las preguntas tiene una puntuación máxima de 2.5 puntos.

PRUEBA A

1. En una gran empresa el 55% son hombres. Entre los hombres, son fijos el 30%, y el resto temporales. Entre las mujeres, son fijas el 60% y el resto temporales.

a) Construir el árbol de probabilidades descrito en el enunciado.



b) ¿Qué proporción de fijos y temporales tiene la empresa?

$$P(F) = P(F \mid H)\cdot P(H) + P(F \mid M)\cdot P(M) = 0.3\cdot 0.55 + 0.6\cdot 0.45 = 0.435$$

$$P(T) = P(T \mid H)\cdot P(H) + P(T \mid M)\cdot P(M) = 0.7\cdot 0.55 + 0.4\cdot 0.45 = 0.565$$

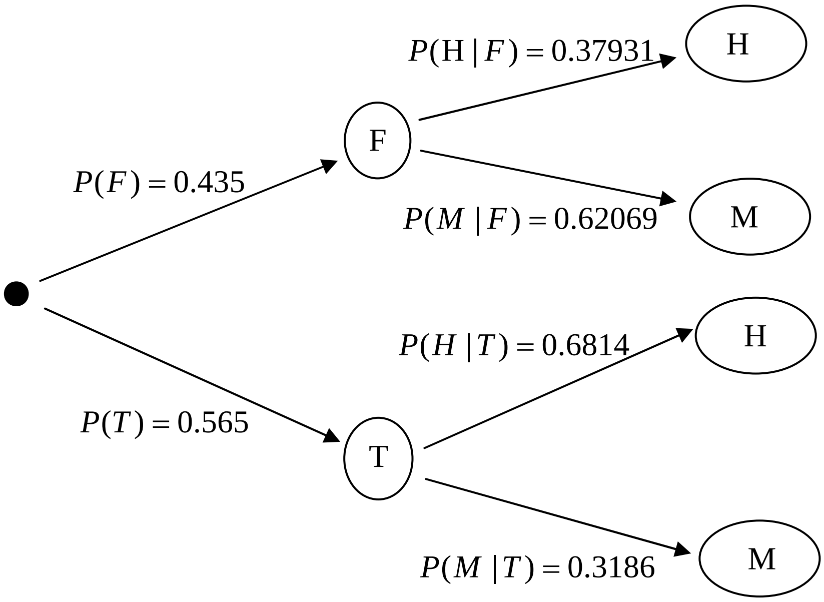
o bien

$$P(T) = 1 - P(F) = 1 - 0.435 = 0.565$$

c) Construir el árbol de probabilidades ramificando primero por tipo de contrato y luego por sexo.

$$P(H \mid F) = \frac{P(F \mid H)\cdot P(H)}{P(F)} = \frac{0.3\cdot 0.55}{0.435} = 0.37931 \Rightarrow P(M \mid F) = 1 - 0.37391 = 0.62069$$

$$P(H \mid T) = \frac{P(T \mid H)\cdot P(H)}{P(T)} = \frac{0.7\cdot 0.55}{0.565} = 0.6814 \Rightarrow P(M \mid T) = 1 - 0.6814 = 0.3186$$



2. En 169 poblaciones distintas en el territorio nacional, se ha encuestado a agentes inmobiliarios sobre el precio de la vivienda, resultando que el precio medio por metro cuadrado es de 1764 euros, con una desviación típica de 258 euros.

a) Estimar el precio medio poblacional con un 97% de confianza.

b) ¿De qué tamaño tendría que ser la muestra para hacer dicha estimación con un error menor de 30 euros, con una confianza del 97%?

Solución

a) $\alpha = 0.03;\quad \dfrac{\alpha}{2} = 0.015;\quad z_{\alpha/2} = z_{0.015} = 2.17$

Intervalo de confianza:

$$\left[\overline{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[1764 - 2.17\frac{258}{\sqrt{169}}, 1764 + 2.17\frac{258}{\sqrt{169}}\right] = [1720.9338,\ 1807.0661]$$

b)

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 30,\ n > \left(\frac{z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{30}\right)^2 = \left(\frac{2.17 \cdot 258}{30}\right)^2 = 348.27 \Rightarrow n \geq 349$$

3. El nivel de audiencia de un canal de televisión, que retransmite un partido durante dos horas, sigue la función:

$$y = f(x) = \frac{-1}{180}\left(x^2 - 60x - 7200\right)$$

Donde x = tiempo en minutos desde el comienzo de retransmisión, $f(x)$ = porcentaje de personas que conectan con el canal.

a) ¿Qué porcentaje de personas están viendo este canal nada más empezar la retransmisión? ¿Y transcurrida una hora y media?

b) Calcular el momento de máxima audiencia. Determinar el porcentaje de personas que ven dicho canal en ese momento.

c) Si en el momento de máxima audiencia estaban viendo la televisión 3 millones de personas, ¿cuántas estaban viendo este canal?

Solución:

a) $f(0)=\frac{7200}{180}=40\%$; $f(90)=\frac{4500}{180}=25\%$.

b) $f'(x)=\frac{-1}{180}\left(2x-60\right)\Rightarrow f''(x)=\frac{-1}{90}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{-1}{180}\left(2x-60\right)=0\Leftrightarrow x=30$ y $f''(30)=\frac{-1}{90}<0$. Luego en $x=30$ hay un máximo.

$f(30)=\frac{-1}{180}\left(30^2-6030-7200\right)=45\%$

c) 3000000·0.45 = 1350000 personas

4. El costo de los tres objetos A, B y C es el 150% del costo conjunto de A y B y el doble del costo conjunto de A y C. Si C cuesta el doble que A:

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones
b) ¿Cuánto cuesta cada objeto?

Solución

a)

$$\left.\begin{array}{r} A+B+C=1.5(A+B) \\ A+B+C=2(A+C) \\ C=2A \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r} -0.5A-0.5B+C=0 \\ -A+B+C=0 \\ -2A+C=0 \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 0=0 \\ B=3A \\ C=2A \end{array}\right\}$$

b) A, $B=3A$, $C=2A$

PRUEBA B

1. En la zona comercial de la ciudad se sabe que el 54 % de las compras realizadas se pagan con tarjeta de crédito. En un día cualquiera se realizan 250 compras.

a) ¿Cuál es el número esperado de las que no han sido pagadas con tarjeta de crédito?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que hayan sido pagadas con tarjeta de crédito entre 130 y 145?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 115 no se paguen con tarjeta de crédito?

Solución:

a)

$W =$ nº de compras que no se pagan con tarjeta en 250 compras

$W \sim B(250, 0.46)$

$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0.46 = 115$

Luego el nº de compras que no se han realizado con tarjeta es 115

b)

$X =$ nº de compras que se pagan con tarjeta en 250 compras

$X \sim B(250, 0.54)$

Como $\left.\begin{array}{l} n\cdot p = 250\cdot 0.54 = 135 > 5 \\ n(1-p) = 250\cdot 0.46 = 115 > 5 \end{array}\right\}$

Una probabilidad sobre X se puede aproximar por una probabilidad sobre $X' \sim N(135, 7.88)$

$$P(130 \le X \le 145) \cong P(130 \le X' \le 145) = P\left(\frac{130-135}{7.88} \le \frac{X'-135}{7.88} \le \frac{145-135}{7.88}\right) =$$

$$= P(-0.63 \le Z \le 1.27) = 0.8980 - (1 - 0.7357) = 0.6337$$

c)

$X =$ nº de compras que no se pagan con tarjeta en 250 compras

$X \sim B(250, 0.46)$

Como $\left.\begin{array}{l} n\cdot p = 250\cdot 0.54 = 135 > 5 \\ n(1-p) = 250\cdot 0.46 = 115 > 5 \end{array}\right\}$

Una probabilidad sobre W se puede aproximar por una probabilidad sobre $W' \sim N(115, 7.88)$

$P(W > 115) \cong P(W' > 115) = P(Z > 0) = 0.5$

2. Una multinacional asegura que sus empresas franquicias arrojan normalmente un beneficio de media de, al menos, 1.8 millones de euros anuales, con una desviación típica de 0.26 millones de euros. Para contrastar estos datos, se realiza un estudio a 36 franquicias de esta empresa, obteniéndose una media de 1.7 millones de euros de beneficios.

a) Con un nivel de significación del 5%, ¿se puede aceptar la afirmación de la multinacional?

b) ¿Qué podemos decir si el nivel de significación es del 0.5%?

Solución:

a)

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu \geq 1.8 = \mu_0 \\ H_1 : \mu < 1.8 \end{array}\right\} \ , \ z_\alpha = z_{0.05} = 1.64, \ n = 36; \quad R.A. = (\mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ , +\infty) = (1.729 \ , +\infty)$$

$1.7 \notin (1.729 \ , +\infty)$

Se rechaza la afirmación de la multinacional con una significación del 5%.

b)

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu \geq 1.8 \\ H_1 : \mu < 1.8 \end{array}\right\} \ , \ z_\alpha = z_{0.005} = 2.57, \ n = 36; \quad R.A. = (\mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ , +\infty) = (1.688 \ , +\infty)$$

$1.7 \in (1.688 \ , +\infty)$

Se acepta la afirmación de la multinacional con una significación del 0.5%

3. Los costes de fabricación del nuevo ordenador súper rápido viene dados por la función $C(x) = x^2 + 40x + 30000$, siendo x el número de ordenadores fabricados. Si cada ordenador se vende por 490 €, determinar:

a) La función de beneficios.

b) ¿Cuántos ordenadores se deben vender para que los beneficios sean máximos?

c) ¿A cuánto ascienden los beneficios máximos?

Solución:

a) $B(x) = I(x) - C(x) = 490x - (x^2 + 40x + 30000) = -x^2 + 450x - 30000$

b) $B'(x) = -2x + 450 = 0$, $x = 225$ número de ordenadores para maximizar los beneficios

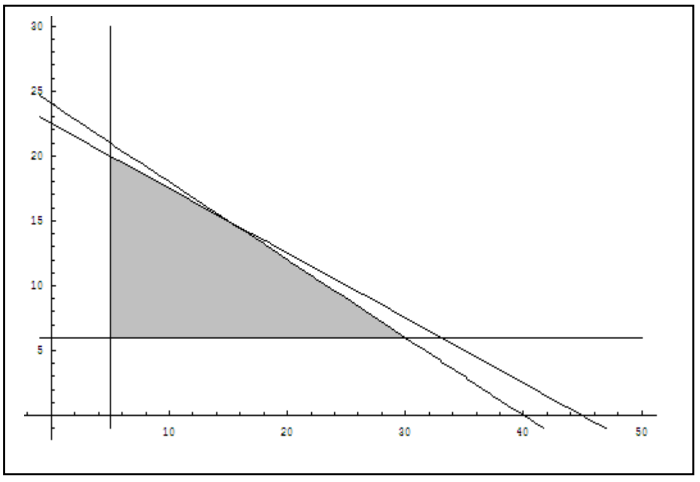
c) $B(225) = 20625$ €

4. Para fabricar robots de juguete se dispone de 120 microchips y 180 conectores. Para cada modelo Robonet, que da un beneficio por unidad de 75€ y del que se deben fabricar al menos 5 unidades, se necesitan 3 microchips y 4 conectores. Para cada modelo Robotic, que da un beneficio por unidad de 90€ y del que se deben fabricar al menos 6 unidades, se necesitan 5 microchips y 8 conectores.

a) ¿Cuántos robots de cada tipo deben fabricarse para que los beneficios sean máximos?

$$\begin{array}{ll} Max & 75x + 90y \\ s.a: & 3x + 5y \leq 120 \\ & 4x + 8y \leq 180 \\ & x \geq 5 \\ & y \geq 6 \end{array}$$

	x	y	f(x,y)
A	15	15	2475
B	**30**	**6**	**2790**
C	5	20	2175
D	5	6	915



b) En la producción óptima ¿cuántos microchips y conectores sobraron?

3·30 + 5·6 = 120, luego no sobraron microchips.

4·30 + 8·6 = 168, luego sobraron 12 conectores